

فست بوک ریاضی هشتم

آموزش سریع، آسان و کامل



Fast Book 8

زهرا اسدی زهرا تارنار

لوح برتر انتخاب برتر ✓



Fast Books

آموزش سریع و آسان ریاضی پایه هشتم و جامع بودن مطالب عنوان شده، از ویژگی‌های این کتاب جیبی کم حجم است. ساختار کتاب به گونه‌ای است که در صفحات زوج «آموزش و تمرین» و در صفحات فرد «مثال‌های حل شده» ارائه شده است. در پایان هر درس بخشی با نام «بیش‌تر بدانیم» برای دانش‌آموزان مستعدتر و همچنین در پایان هر فصل، تمرین‌های تشریحی فصل، گنجانده شده است. آزمون‌های تشریحی نوبت اول و دوم که دارای پاسخ‌های کاملاً آموزشی نیز هستند تکمیل‌کننده این مجموعه است.



Qrcode

آدرس: تهران، انقلاب، خیابان فخررازی

نیش ماستری فراهانی، پلاک ۲۸

۶۶۹۷۱۸۰۴ - ۶۶۹۷۱۹۷۰ - ۶۶۱۷۵۰۵۳

 WWW.Lohebartar.ir

 Lohebartar@gmail.com

 @Lohebartarpub

سامانه پیامکی: ۴۰۰۰۵۲۶ ۳۰۰۰۵۲۶



9786007412527

فہستہ بوک ریاضی ہشتم

آموزش سریع، آسان و کامل

(صفحات زوج آموزش، صفحات فرد مثال)

مؤلفان

زہرا اسدی آقا باقر، زہرا تارنار

انتشارات لوح برتر



فهرست

تمرین‌های فصل پنجم	۱۵۲	فصل اول: عددهای صحیح و گویا	
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل پنجم	۱۵۴	آموزش و تمرین	۶
فصل ششم: مثلث		مثال و پاسخ	۷
آموزش و تمرین	۱۵۸	بیش‌تر بدانیم	۳۰
مثال و پاسخ	۱۵۹	تمرین‌های فصل اول	۳۲
بیش‌تر بدانیم	۱۷۶	پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول	۳۴
تمرین‌های فصل ششم	۱۷۸	فصل دوم: مساب عددهای طبیعی	
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل ششم	۱۸۰	آموزش و تمرین	۳۸
فصل هفتم: توان و جذر		مثال و پاسخ	۳۹
آموزش و تمرین	۱۸۴	بیش‌تر بدانیم	۵۲
مثال و پاسخ	۱۸۵	تمرین‌های فصل دوم	۵۴
بیش‌تر بدانیم	۱۹۶	پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل دوم	۵۶
تمرین‌های فصل هفتم	۱۹۸	فصل سوم: چندضلعی‌ها	
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل هفتم	۲۰۰	آموزش و تمرین	۵۸
فصل هشتم: آمار و احتمال		مثال و پاسخ	۵۹
آموزش و تمرین	۲۰۴	بیش‌تر بدانیم	۸۸
مثال و پاسخ	۲۰۵	تمرین‌های فصل سوم	۹۰
بیش‌تر بدانیم	۲۲۴	پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل سوم	۹۲
تمرین‌های فصل هشتم	۲۲۶	فصل چهارم: جبر و معادله	
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل هشتم ..	۲۲۸	آموزش و تمرین	۹۶
فصل نهم: دایره‌ها		مثال و پاسخ	۹۷
آموزش و تمرین	۲۳۲	بیش‌تر بدانیم	۱۱۴
مثال و پاسخ	۲۳۳	تمرین‌های فصل چهارم	۱۱۶
بیش‌تر بدانیم	۲۴۶	پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل چهارم ..	۱۱۸
تمرین‌های فصل نهم	۲۵۰	آزمون نیمسال اول	۱۲۱
پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل نهم	۲۵۲	فصل پنجم: بردار	
آزمون پایان سال	۲۵۵	آموزش و تمرین	۱۲۸
پاسخ تشریحی آزمون نیمسال اول ..	۲۶۱	مثال و پاسخ	۱۲۹
پاسخ تشریحی آزمون پایان سال	۲۶۷	بیش‌تر بدانیم	۱۵۰

برنام اولکه حرچه واریم از اوست

مقدمه ناشر

کتاب «**فست بوک ریاضی هشتم**» با رویکرد یک صفحه آموزش و یک صفحه مثال طراحی شده است. ما به دلیل استقبال خوب دانش آموزان و دبیران گرامی، فست بوک ریاضی پایه‌های دهم و یازدهم را نیز به فست بوک‌های هشتم، هشتم و نهم اضافه کردیم. فست بوک ریاضی هشتم دارای ویژگی‌های زیر است:

تمام مباحث و مطالب کتاب درسی پایه هشتم مطابق با کتاب درسی جدید با زبانی ساده و آسان آموزش داده شده است. به طور کلی صفحات زوج به «آموزش و درسنامه» و صفحات فرد به «حل مثال و تمرین» اختصاص داده شده است. در پایان هر فصل برای دانش آموزان مستعدتر، مطالبی فراتر از سطح کتاب درسی با نام «بیش تر بدانیم» در نظر گرفته شده است. همچنین تمرین‌هایی با پاسخ کاملاً تشریحی و آموزشی در پایان هر فصل ارائه شده است. دو دوره آزمون نیمسال اول و پایان سال با پاسخ تشریحی تکمیل کننده این کتاب سریع و جذاب است. قابلیت حمل آسان و جامع بودن این کتاب برای دانش آموزان هیجان‌انگیز است و تدریس دبیران با استفاده از این مجموعه، بسیار ساده و آسان خواهد شد.

امید است این مجموعه مورد استقبال دبیران فرهیخته و دانش آموزان عزیز قرار گیرد. انشاء...

صادق گرجی

مدیر انتشارات لوح بو تر

فصل اول

عددهای صحیح و گویا



فهرست داخلی فصل اول (عددهای صحیح و گویا)

آموزش و تمرین ۶

مثال و پاسخ ۷

بیشتر بدانیم ۳۰

تمرین‌های فصل اول ۳۲

پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول ۳۴

آموزش و تمرین

یاد آوری اعداد صحیح

اعداد طبیعی: (Natural Numbers) شامل اعدادی هستند که برای شمارش استفاده می‌شوند و با حرف \mathbb{N} نمایش داده می‌شوند.

این اعداد شامل: $\mathbb{N}: 1, 2, 3, 4, \dots$

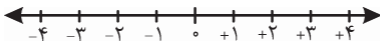
اعداد صحیح: (Zahlen Numbers) شامل اعداد طبیعی، صفر و قرینه

اعداد طبیعی می‌باشد. $\mathbb{Z}: \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

اعداد صحیح به سه دسته زیر تقسیم می‌شوند:

اعداد صحیح مثبت	صفر	اعداد صحیح منفی
$+1, +2, +3, \dots$	۰	$\dots, -3, -2, -1$

در محور اعداد صحیح، صفر مبدأ می‌باشد و طبق قرارداد، مجموعه اعداد صحیح مثبت در سمت راست و اعداد صحیح منفی در سمت چپ قرار می‌گیرند.



* معمولاً علامت مثبت را نمی‌نویسیم مثلاً $+5$ همان ۵ می‌باشد.

* اعداد سمت راست از اعداد سمت چپ بزرگ‌ترند.

مثال و پاسخ

✍ **مثال (۱):** کدام یک از اعداد زیر، عددی صحیح می باشد؟

$$-۱۴, +۷/۵, ۰, \frac{۴}{۷}, -۶/۲, -\frac{۲۰}{۵}$$

✓ **پاسخ:** $-۴ = -\frac{۲۰}{۵}$, ۰ , -۱۴ اعدادی صحیح می باشند.

✍ **مثال (۲):** درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) هر عدد منفی، از هر عدد مثبت کوچک تر است.
(ب) هر عدد صحیح، عددی طبیعی است.

✓ **پاسخ:** (الف) ✓ جمله درست است. زیرا اعداد مثبت در سمت راست محور و

اعداد منفی در سمت چپ محور هستند.

(ب) ✗ غلط می باشد. زیرا مثلاً عدد -۵ عددی صحیح است، اما طبیعی نیست. بلکه برعکس، هر عدد طبیعی، عددی صحیح است.

✍ **مثال (۳):** اعداد زیر را مقایسه کنید.

$$-۶ \square ۰ \qquad -۵ \square -۱۰ \qquad +۴ \square -۷$$

✓ **پاسخ:**

$$-۶ \square < ۰ \qquad -۵ \square > -۱۰ \qquad +۴ \square > -۷$$

آموزش و تمرین

قرینه اعداد صحیح، اعداد صحیح بین دو عدد

با تغییر علامت یک عدد صحیح، آن عدد قرینه می‌شود.

* قرینه صفر همان صفر می‌باشد.

* علامت قرینه، یک منفی، پشت عدد می‌باشد.

مثلاً: $(+5) -$ یعنی قرینه $+5$ که برابر است با -5 .

* هر گاه دو بار عددی را قرینه کنیم، خود آن عدد به دست می‌آید، مثلاً:

قرینه قرینه $+9$ برابر است با خود $+9$.

اعداد صحیح بین دو عدد:

برای پیدا کردن اعداد صحیح بین دو عدد، محور اعداد صحیح را در نظر

می‌گیریم. دو عدد مورد نظر را پیدا کرده و فقط اعداد بین آن‌ها را

می‌نویسیم. (می‌توانید محور را تصور کنید و در ذهن خود محل دو عدد را

پیدا کنید و از مسیری که می‌گذرید اعداد موجود را بنویسید.)

تمرین: برای پیدا کردن اعداد صحیح بین -4 و $+3$ داریم:



اعداد موجود در مسیر

✓ پاسخ: $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

مثال و پاسخ

📌 **مثال (۱):** قرینه اعداد مقابل را تعیین کنید.

عدد	-۶	۰	۵	+۲
قرینه				

✓ **پاسخ:**

عدد	-۶	۰	۵	+۲
قرینه	+۶	۰	-۵	-۲

📌 **مثال (۲):** جاهای خالی را پر کنید.

(الف) قرینه هر عدد صحیح، عددی است.

(ب) حاصل $(-(-۲))$ برابر است با

(ج) قرینه هر عدد طبیعی، عددی است.

(د) قرینه قرینه -۶ برابر است با

✓ **پاسخ:** (الف) صحیح (ب) -۲ (ج) منفی (صحیح) (د) -۶

📌 **مثال (۳):** اعداد صحیح بین -۹ و $+۲$ را بنویسید.

✓ **پاسخ:** در محور -۹ و $+۲$ را در نظر می‌گیریم، اعداد بین آن‌ها عبارت

است از: $۱, ۰, -۱, -۲, -۳, -۴, -۵, -۶, -۷, -۸,$

که به اختصار می‌توانیم اعداد وسط را ننویسیم و داشته باشیم:

$۱, \dots, -۶, -۷, -۸,$

📌 **مثال (۴):** اعداد صحیح کوچک‌تر از $+۲$ را بنویسید.

✓ **پاسخ:** روی محور $+۲$ را در نظر می‌گیریم، می‌دانیم هرچه به سمت چپ برویم

اعداد کوچک‌تر می‌شوند. پس از عدد $+۲$ به سمت چپ پیش می‌رویم و داریم:

$\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, +۱,$

آموزش و تمرین

حرکت روی محور اعداد صحیح و جمع متناظر

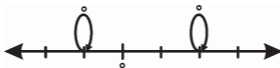
برای پیدا کردن حرکتی روی محور، ابتدا تعداد واحدهای طی شده را می‌شماریم، اگر حرکت به سمت راست بود علامت حرکت (+) و اگر حرکت به سمت چپ بود علامت آن (-) است.

تمرین: حرکت زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟



✓ پاسخ: عدد $+3$ را نشان می‌دهد، زیرا سه واحد به سمت راست حرکت کردیم.

* اگر در حرکتی، نقطهٔ ابتدا به همان نقطه برگردد، عدد صفر را نشان می‌دهد. مانند:



* رابطه جمع دو حرکت متوالی به شکل زیر می‌باشد.

نقطه پایان = حرکت دوم + حرکت اول

مثال و پاسخ

✍️ مثال (۱): عدد حرکت را بنویسید.


 ✓ پاسخ: عدد $+4$ ، زیرا چهار واحد به سمت راست رفته‌ایم.

✍️ مثال (۲): جمع متناظر با محور را بنویسید.



پایان = حرکت دوم + حرکت اول

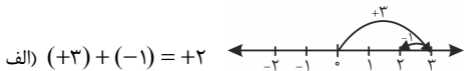
$$(+2) + (-6) = -4$$

✓ پاسخ:

✍️ مثال (۳): جمع‌های زیر را روی محور نشان دهید.

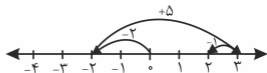
 الف) $(+3) + (-1)$ ب) $(-2) + (+5) + (-1)$

✓ پاسخ:

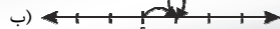


$$\text{الف) } (+3) + (-1) = +2$$

$$\text{ب) } (-2) + (+5) + (-1) = +2$$



✍️ مثال (۴): برای حرکت‌های زیر رابطه جمع بنویسید.



$$\text{الف) } (-1) + (-2) = -3 \quad \text{ب) } (+1) + (0) = +1$$

✓ پاسخ:

آموزش و تمرین

جمع و تفریق اعداد صحیح

اگر اعداد هم علامت بودند، مقدارها را با هم جمع کرده و با همان علامت می نویسیم.

$$(+7) + (+3) = +10$$

مانند:

$$(-6) + (-5) = -11$$

اگر هم علامت نبودند، مقدارها را از هم کرده و علامت عددی که مقدارش بیش تر است را قرار می دهیم.

$$(-4) + (+7) = +3 \quad (-5) + (+2) = -3$$

مانند:

* جمع هر عدد صحیح با صفر برابر است با، خود عدد: $+8 + 0 = +8$
 * مجموع هر عدد با قرینه اش، صفر می شود. $(-10) + (+10) = 0$

مختصر نویسی:

هر گاه پشت سر عددی چند علامت بیاید، آن ها را تبدیل به یک علامت می کنیم، برای ساده کردن می توان از نوشتن مثبت های اضافی صرف نظر کرد و هرگاه دو منفی پشت هم بیاید باید آن را مثبت در نظر گرفت.

$$\text{الف) } \overbrace{(-5) + (-6)} = -5 - 6 = -11$$

$$\text{ب) } \overbrace{(-5) - (-2)} = -5 + 2 = -3$$

برای حل تفریق اعداد صحیح، با مختصر کردن علامت های وسط، مانند جمع عمل می کنیم.

$$\overbrace{(-4) - (-10)} = -4 + 10 = +6$$

مثال و پاسخ

مثال (۱): حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $(-16) + (-15) =$

ب) $(+2) + (-7) =$

ج) $(-8) + (+11) =$

هم علامتند. -31 الف) پاسخ:

مختلف علامتند. -5 ب)

مختلف علامتند. $+3$ ج)

مثال (۲): حاصل را به دست آورید.

الف) $(-2) - (-4) =$

ب) $-6 + 3 - (-5) =$

$-2 + 4 = +2$ الف) پاسخ:

$-6 + 3 + 5 = -3 + 5 = +2$ ب)

مثال (۳): کدام عبارت، پاسخی برابر با -7 دارد؟

الف) $+8 - 1$

ب) $-6 + 1$

ج) $(-6) - (+1)$

$+8 - 1 = +7$ الف) پاسخ:

$-6 + 1 = -5$ ب)

$-6 - (+1) = -6 - 1 = -7$ ج)

آموزش و تمرین

گسترده‌نویسی و جمع، به کمک جدول ارزش مکانی

گستردهٔ عدد $+47$ به صورت $+40 + 7$ و گستردهٔ عدد -352 به صورت $-300 - 50 - 2$ نوشته می‌شود.

برای جمع به کمک جدول ارزش مکانی، اعداد را به صورت گسترده می‌نویسیم، سپس اعداد هم‌مرتبه را با هم جمع می‌کنیم، و در نهایت با توجه به علامت‌ها، حاصل را به دست می‌آوریم.

تمرین: حاصل عبارات زیر را به کمک جدول ارزش مکانی بیابید.

الف) $-43 + 72$

ب) $-65 - 32 + 11$

 پاسخ:

الف)

	د	ی	
-	۴	۳	
+	۷	۲	

$$\begin{array}{r}
 -40 - 3 \\
 +70 + 2 \\
 \hline
 +30 - 1 = +29
 \end{array}$$

ب)

	د	ی	
-	۶	۵	
-	۳	۲	
+	۱	۱	

$$\begin{array}{r}
 -60 - 5 \\
 -30 - 2 \\
 +10 + 1 \\
 \hline
 -80 - 6 = -86
 \end{array}$$

مثال و پاسخ

مثال (۱): گسترده اعداد زیر را بنویسید.

الف) ۱۹

ب) -۱۰۶

الف) $+۱۰+۹$

ب) $-۱۰۰-۰-۶ = -۱۰۰-۶$

پاسخ:

مثال (۲): به کمک جدول ارزش مکانی، حاصل عبارت زیر را به دست

$-۹۵ + ۳۲$

آورید.

	د	ی
-	۹	۵
+	۳	۲

$-۹۰-۵$

$+۳۰+۲$

$-۶۰-۳ = -۶۳$

پاسخ:

مثال (۳): حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $-۱۴+۸-۳-۱۲$

$-۱۴+۸-۳-۱۲ = \underbrace{-۲۹}_{\downarrow} + \underbrace{۸}_{\downarrow} = -۲۱$

پاسخ:

جواب مثبت‌ها جواب منفی‌ها

ابتدا همه منفی‌ها با هم و همه مثبت‌ها با هم محاسبه می‌شوند، سپس جواب نهایی.

$\underbrace{-۱۴+۸}_{-۶} - ۳ - ۱۲ = -۲۱$

روش دیگر: به ترتیب محاسبه می‌کنیم.

$\underbrace{\underbrace{-۱۴+۸}_{-۶} - ۳}_{-۹} - ۱۲ = -۲۱$

آموزش و تمرین

ضرب و تقسیم اعداد صحیح

در ضرب یا تقسیم اعداد صحیح، ابتدا عددها را در هم ضرب و یا بر هم تقسیم می‌کنیم و بعد از روی جدول‌های زیر علامت را مشخص می‌کنیم.

مثبت منفی منفی

$$(-) \times (-) = +$$

منفی منفی مثبت

$$(+)\times(-)=-$$

مثبت مثبت مثبت

$$(+)\times(+)=+$$

منفی مثبت منفی

$$(-)\times(+)= -$$

$$(-) \div (-) = +$$

$$(+)\div(-)=-$$

$$(+)\div(+)=+$$

$$(-)\div(+)= -$$

$$(-7) \times (-3) = +21$$

$$(-24) \div (+3) = -8$$

تمرین:

$$(+6) \times (-2) = -12$$

$$(-18) \div (-2) = +9$$

* یکی از مهم‌ترین نکاتی که در حل عبارات، همیشه کاربرد دارد، رعایت اولویت در محاسبات است.

اولویت در محاسبات:

۱- پرانتز یا گروه ۲- توان و جذر ۳- ضرب و تقسیم از چپ به راست

۴- جمع و تفریق

$$-10 - \underbrace{2 \times 5}_{-10} = -10 - 10 = -20$$

مانند:

مثال و پاسخ

📌 **مثال (۱):** حاصل را به دست آورید.

الف) $(-6) \times (-2) =$

د) $(+20) \div (+10) =$

ب) $(+11) \times (-9) =$

هـ) $(-42) \div 6 =$

ج) $(-16) \div (-2) =$

و) $(-5)^2 =$

✅ **پاسخ:**

الف) $+12$ ب) -99

ج) $+8$

د) $+2$

هـ) -7

و) $(-5) \times (-5) = +25$

📌 **مثال (۲):** حاصل را به دست آورید.

الف) $-6 + 4 \times 20 \div 10 =$

ب) $-3 + (4 \times 3 - 20) =$

✅ **پاسخ:** در این جا ابتدا ضرب، بعد تقسیم، بعد جمع:

$$\text{الف) } -6 + \underbrace{4 \times 20}_{80} \div 10 = -6 + \underbrace{80}_{8} \div 10 = -6 + 8 = +2$$

ابتدا پرانتز ← در پرانتز ابتدا ضرب بعد تفریق:

$$\text{ب) } -3 + \underbrace{(4 \times 3 - 20)}_{12} = -3 + \underbrace{(12 - 20)}_{-8} = -3 + (-8) = -11$$

📌 **مثال (۳):** در ها علامت + یا - قرار دهید به طوری که حاصل،

$$-3 \square (-4) \square (+2) \square (-(-15))$$

بیشترین مقدار شود.

✅ **پاسخ:** می دانیم اگر اعداد مثبت باشند حاصل بزرگتر است. پس باید

علامت‌ها را طوری قرار دهیم که پس از مختصر شدن، به مثبت تبدیل شود.

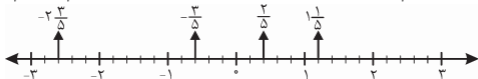
$$-3 \underbrace{\square}_{+} (-4) \underbrace{\square}_{+} (+2) \underbrace{\square}_{+} - (-(-15)) = -3 + 4 + 2 + 15 = +18$$

آموزش و تمرین

اعداد گویا و نمایش آن‌ها روی محور

اعداد گویا: به هر عددی که بتوانیم آن را به صورت یک کسر متعارفی بنویسیم، عدد گویا می‌گوییم. به عبارت دیگر هر کسری به صورت $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$ باشد عدد گویا می‌گوییم. مثلاً $\frac{-4}{5}$ ، 3 ، 0 ، $3/0$ هر کدام، یک عدد گویا هستند.

* اگر بخواهیم نقطه نمایش اعداد $-\frac{3}{5}$ ، $1\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $2\frac{3}{5}$ را روی محور اعداد گویا نمایش دهیم، ابتدا محور اعداد صحیح را می‌کشیم، و هر واحد را به اندازه عدد مخرج تقسیم‌بندی می‌کنیم یعنی در این سؤال هر واحد را به 5 قسمت تقسیم می‌کنیم.



برای تبدیل کسرهای گویا به اعداد مخلوط و اعداد مخلوط به کسر همانند سال‌های گذشته عمل می‌کنیم، با این تفاوت که علامت‌ها را نیز کنار کسرها قرار می‌دهیم. مانند:

$$-3\frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$+2\frac{3}{5} = +\frac{13}{5}$$

$$-\frac{18}{7} = -2\frac{4}{7} \quad \frac{18}{7} \left| \frac{7}{2} \right.$$

$$+\frac{21}{4} = +5\frac{1}{4} \quad \frac{21}{4} \left| \frac{4}{1} \right.$$

* اعدادی مانند $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{70}$ ، $\sqrt{15}$ و $\sqrt{24}$ که جذر کامل ندارند، گویا نیستند.

مثال و پاسخ

📝 **مثال (۱):** آیا می‌توان گفت تمام عددهای صحیح، گویا هستند؟ چرا؟

✅ **پاسخ:** بله چون همه عددهای صحیح را می‌توان به صورت یک کسر، با مخرج یک نمایش داد.

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \rightarrow \dots, \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \dots$$

📝 **مثال (۲):** محوری رسم کنید و اعداد گویای زیر را روی آن نمایش دهید.

$$A = -2\frac{1}{3} \quad B = +\frac{7}{3} \quad C = -\frac{2}{3} \quad D = +1\frac{1}{3}$$

✅ **پاسخ:** باید محوری رسم کنیم و هر واحد آن را به ۳ قسمت تقسیم کنیم.



📝 **مثال (۳):** برای آن که اعداد $-\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{3}$ را روی یک محور نشان دهیم، هر

واحد را به چند قسمت باید تقسیم کنیم؟

✅ **پاسخ:** اگر مخرج کسرها یکی نباشد باید هر واحد به اندازه کم مخرج‌ها

تقسیم شود که در این سؤال باید ۱۵ قسمت شود.

آموزش و تمرین

مقایسه و ساده کردن اعداد گویا

برای مقایسه اعداد گویا، می‌توانیم مخرج‌ها را یکسان کنیم، سپس با توجه به صورت و علامت، آن‌ها را مقایسه کنیم. مانند:

$$\frac{-1}{3} \square \frac{-2}{5}$$

$$\frac{-1 \times 5}{3 \times 5} \square \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$$

$$\frac{-5}{15} \square > \frac{-6}{15}$$

* اگر صورت و مخرج عدد گویا، در عددی ثابت ضرب شوند، کسر تغییر

نمی‌کند، پس اعداد $\frac{-5}{10}$ و $\frac{-1}{2}$ با هم برابرند.

$$-\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = -\frac{5}{10}$$

برای ساده کردن اعداد گویا، ابتدا علامت‌ها را (مانند ضرب و تقسیم اعداد صحیح) تعیین می‌کنیم، سپس یک عدد از صورت را با یک عدد از مخرج تا جایی که امکان دارد ساده می‌کنیم.

* اگر بخواهیم کسری را در یک مرحله به ساده‌ترین شکل بنویسیم، باید صورت و مخرج را بر ب.م.م آن دو تقسیم کنیم؛ مانند:

$$\frac{-48 \div 12}{60 \div 12} = -\frac{4}{5} \quad (48, 60) = 12$$

مثال و پاسخ

مثال (۱): مقایسه کنید. ا) $+\frac{5}{4} \square + \frac{4}{5}$ ب) $-\frac{3}{2} \square - 3\frac{1}{2}$ الف)

پاسخ: در قسمت «الف» اعداد را به کسر تبدیل می‌کنیم:

$$-\frac{3}{2} = -3\frac{2}{10} = -\frac{32}{10}$$

$$-\frac{32}{10} \square - \frac{7}{2}$$

اعداد مخلوط را با هم به کسر تبدیل می‌کنیم.

حالا مخارج‌ها را یکسان می‌کنیم. $-\frac{32}{10} \square > -\frac{35}{10}$
برای قسمت «ب» مخارج‌ها را مساوی می‌کنیم.

$$+\frac{5 \times 5}{4 \times 5} \square + \frac{4 \times 4}{5 \times 4} \longrightarrow +\frac{25}{20} \square > +\frac{16}{20}$$

مثال (۲): سه عدد گویای مساوی با $-\frac{2}{5}$ بنویسید.

پاسخ: صورت و مخارج را در اعداد یکسان ضرب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} & & \xrightarrow{\times 2} & & \xrightarrow{\times 3} & & \\ \frac{2}{5} & \rightarrow & \frac{4}{10} & & \frac{6}{15} & & \frac{8}{20} \end{array}$$

مثال (۳): ساده کنید:

$$\frac{10 \times (-24) \times 7}{(-6) \times (-14)}$$

پاسخ: ابتدا علامت را تعیین می‌کنیم.

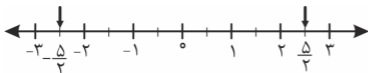
$$\frac{(+)(-)(+)}{(-)(-)} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$$

$$\frac{\cancel{10} \times \cancel{24} \times \cancel{7}}{\cancel{6} \times \cancel{14}} = -20$$

آموزش و تمرین

قرینه اعداد گویا، و علامت اعداد گویا

با توجه به محورهای زیر:

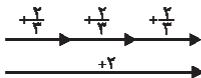


متوجه می‌شویم، که اعداد $+\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ قرینه یکدیگرند، هم‌چنین $-\frac{5}{4}$ و $+\frac{5}{4}$ نیز قرینه هم هستند.

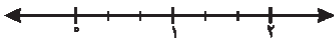
$$+2 \div 3 = \frac{+2}{3} = +\frac{2}{3}$$

* به خاطر داشته باشید که:

با توجه به شکل مشاهده می‌کنید که اگر برداری به طول $+2$ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم بردارهایی



به طول $+\frac{2}{3}$ به‌وجود می‌آید.



* پس اگر علامت عدد گویایی را کنار خط کسری یا در صورت بگذاریم،

$$-\frac{2}{5} = \frac{-2}{5}$$

تفاوتی ندارد. مثلاً:

مثال و پاسخ

مثال (۱): عبارتهای زیر را کامل کنید.

الف) $-\left(-1\frac{1}{2}\right) =$ ب) $-\left(\frac{2}{3}\right) =$ ج) $-\left(\frac{+4}{5}\right) =$

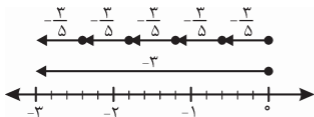
پاسخ:

الف) $+1\frac{1}{2}$ ب) $-\frac{2}{3}$ ج) $-\frac{4}{5}$

مثال (۲): به کمک محور، درستی عبارت زیر را نشان دهید.

$$\frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$$

پاسخ:



مثال (۳): عدد مقابل را با یک علامت بنویسید.

$$-\left(\frac{-2}{+7}\right) =$$

$$-\left(\frac{-2}{+7}\right) = -\left(-\frac{2}{7}\right) = +\frac{2}{7}$$

پاسخ:

آموزش و تمرین

جمع و تفریق اعداد گویا، روی محور

برای نوشتن جمع متناظر با حرکت زیر، می‌توان گفت:


 در حرکت اول از عدد صفر $\frac{4}{3}$ به سمت منفی‌ها رفته که می‌شود $-\frac{4}{3}$ ، و در

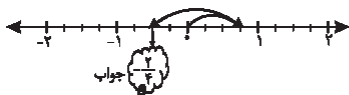
 حرکت دوم $\frac{6}{3}$ به سمت مثبت‌ها رفته که $(+\frac{6}{3})$ که در نهایت به نقطه $+\frac{2}{3}$ رسیدیم پس داریم:

انتها حرکت دوم حرکت اول

$$-\frac{4}{3} + \left(+\frac{6}{3}\right) = +\frac{2}{3}$$

 حال اگر بخواهیم حاصل عبارت مقابل را از روی محور بیابیم: $+\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{4}\right)$

 ابتدا هر واحد را 4 قسمت می‌کنیم، در حرکت اول از صفر، $\frac{3}{4}$ به سمت مثبت‌ها و

 در حرکت دوم $\frac{5}{4}$ به سمت منفی‌ها می‌رویم، نقطه انتهایی جواب جمع است.


مثال و پاسخ

✓ **مثال (۱):** متناظر با حرکت زیر یک جمع بنویسید.



✓ **پاسخ:** در حرکت اول $+\frac{6}{4}$ و در حرکت دوم $-\frac{12}{4}$ حرکت کرده است و به

$$+\frac{6}{4} + \left(-\frac{12}{4}\right) = -\frac{6}{4}$$

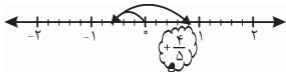
نقطه $-\frac{6}{4}$ رسیده، پس داریم:

✓ **مثال (۲):** حاصل هر عبارت را به کمک محور بیابید.

$$-\frac{3}{5} - \left(-\frac{7}{5}\right) =$$

✓ **پاسخ:** ابتدا به جمع تبدیل می‌کنیم.

$$-\frac{3}{5} - \left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{3}{5} + \frac{7}{5} = +\frac{4}{5}$$



یادداشت:

آموزش و تمرین

جمع و تفریق و ضرب اعداد گویا

جمع و تفریق:

برای محاسبه جمع و تفریق اعداد گویا، حتماً باید مخرج‌ها را یکی کنیم (مخرج مشترک)، سپس یکی از مخرج‌ها را می‌نویسیم و حاصل صورت‌ها را به دست می‌آوریم. مانند:

$$+\frac{6 \times 3}{8 \times 3} + \left(-\frac{4 \times 4}{6 \times 4} \right) = \frac{+18 + (-16)}{24} = \frac{+18 - 16}{24} = \frac{+2}{24} = \frac{1}{12}$$

$$-\frac{1 \times 3}{6 \times 3} - \left(\frac{-8 \times 2}{9 \times 2} \right) = \frac{-3 - (-16)}{18} = \frac{-3 + 16}{18} = \frac{+13}{18}$$

$$7\frac{1}{3} - 10\frac{1}{4} = \frac{22 \times 4}{3 \times 4} - \frac{41 \times 3}{4 \times 3} = \frac{+88 - 123}{12} = \frac{-35}{12} = -2\frac{11}{12}$$

ضرب اعداد گویا:

اگر بخواهیم دو عدد گویا را در هم ضرب کنیم ابتدا باید علامت‌ها ضرب شوند، سپس تا حد ممکن کسر‌ها را ساده می‌کنیم و بعد صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را نیز در هم ضرب می‌کنیم.

* در ضرب کسر‌ها حتماً باید عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنیم.

$$-\frac{\cancel{3}}{\cancel{12}} \times \left(+\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} \right) = -\frac{9}{4} \quad -4\frac{1}{5} \times -10\frac{2}{7} = -\frac{\cancel{21}}{\cancel{1}} \times \frac{\cancel{20}}{\cancel{1}} = +\frac{6}{1} = +6$$

مثال و پاسخ

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \left(\frac{1}{5} - \left(-\frac{2}{5} \right) \right) \times \frac{-10}{3} = \text{ب) } -1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{5} \times \frac{-10}{22} = \text{ج) } -1\frac{1}{4} \times -\frac{2}{5} + \frac{3}{2} =$$

پاسخ: الف) اولویت با پرانتز و بعد ضرب است پس داریم:

$$\left(\frac{1}{5} - \left(-\frac{2}{5} \right) \right) \times \frac{-10}{3} = \left(\frac{1+2}{5} \right) \times \frac{-10}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{-10}{3} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\text{ب) اولویت با ضرب است.} \quad -1\frac{1}{3} + \underbrace{2\frac{1}{5} \times \frac{-10}{22}} = -\frac{4}{3} - 1 = -\frac{7}{3}$$

$$+\frac{1}{5} \times \frac{-10}{22} = -1$$

ج) اولویت با ضرب است.

$$-1\frac{1}{4} \times -\frac{2}{5} + \frac{3}{2} = +\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{+1+3}{2} = \frac{+4}{2} = +2$$

$$-\frac{1}{4} \times -\frac{2}{5} = +\frac{1}{2}$$

آموزش و تمرین

معکوس اعداد گویا و تقسیم اعداد گویا

معکوس اعداد گویا: برای معکوس کردن اعداد گویا کافی است، جای صورت و

مخرج کسر را عوض کنیم. مثلاً: معکوس $-\frac{2}{7}$ برابر $-\frac{7}{2}$ می‌شود.

* در معکوس کردن حتماً باید، اعداد مخلوط به کسر تبدیل شوند. مثلاً: اگر

بخواهیم معکوس $2\frac{1}{5}$ را بیابیم داریم: $2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ معکوس $\frac{11}{5}$ \rightarrow $-\frac{5}{11}$

* حاصل ضرب هر عدد در معکوسش، یک می‌شود. مثلاً:

$$-\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{4}{\cancel{4}}} \times -\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{4}{\cancel{4}}} = +\frac{1}{1} = +1$$

برای حل تقسیم اعداد گویا باید تقسیم را به ضرب تبدیل کرد. برای این کار کسر اول را می‌نویسیم، سپس تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم و کسر دوم را معکوس می‌کنیم و بعد ضرب را طبق قوانین گفته شده حل می‌کنیم.

$$-\frac{12}{5} \div -\frac{4}{7} = -\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5} \times \frac{7}{\underset{4}{\cancel{4}}} = -\frac{21}{5}$$

توجه داشته باشید که در تقسیم عددهای گویا، اعداد مخلوط حتماً باید به کسر تبدیل شوند.

مثال و پاسخ

📌 **مثال (۱):** آیا عددی وجود دارد که دارای معکوس نباشد؟ چرا؟

✅ **پاسخ:** بله، عدد صفر دارای معکوس نیست. چون اگر بخواهیم آن را معکوس کنیم صفر به مخرج می‌رود و می‌دانیم که کسری با مخرج صفر وجود ندارد.

📌 **مثال (۲):** حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$\text{الف) } \left(-2\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \left(-2\frac{1}{15}\right) = \quad \text{ب) } \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} =$$

✅ **پاسخ:** الف)

$$\left(-2\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \left(-2\frac{1}{15}\right) = -\frac{31}{12} \div \left(-\frac{31}{15}\right) = -\frac{\cancel{31}}{12} \times \frac{\cancel{15}}{\cancel{31}} = +\frac{5}{4}$$

$$-\frac{7 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{-28 - 3}{12} = \frac{-31}{12}$$

ب) $1 + \frac{1}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$ جواب مخرج $1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ جواب صورت

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} = \frac{1}{3}$$

آموزش و تمرین

بیش‌تر بدانیم

* هرگاه دو کسر به صورت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ داشته باشیم، کسر $\frac{a+c}{b+d}$ بین این دو کسر واقع می‌شود.

* اگر عدد یک را بر کسری تقسیم کنیم، حاصل وارون آن کسر می‌شود.

$$1 \div \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$$

* اگر مخرج کسری شامل ضرب دو عدد باشد و تفاضل دو عدد داده شده در مخرج، برابر با مقدار صورت باشد، کسر تلسکوپی به وجود می‌آید که به صورت زیر تفکیک می‌شود.

$$\frac{5}{3 \times 8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{8}$$

* اگر یکی را به تعداد زوج قرینه کنیم حاصل، خود آن عدد می‌شود و اگر به تعداد فرد قرینه کنیم حاصل، قرینه آن عدد می‌شود.

مثال و پاسخ

✍️ **مثال (۱):** سه کسر بین $\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۳}{۴}$ بنویسید.

✓ **پاسخ:** کافی است صورت‌ها را با هم و مخرج‌ها را با هم جمع کنیم تا یک کسر به دست آید سپس همین کار را ادامه می‌دهیم.

$$\frac{۲}{۷} < \frac{۳+۲}{۴+۷} = \frac{۵}{۱۱} < \frac{۳}{۴} \quad \frac{۲+۵}{۷+۱۱} = \frac{۷}{۱۸} \quad \frac{۵+۳}{۱۱+۴} = \frac{۸}{۱۵}$$

✍️ **مثال (۲):** حاصل عبارت زیر چیست؟

$$\frac{۶}{۷ \times ۱۳} + \frac{۶}{۱۳ \times ۱۹} + \frac{۶}{۱۹ \times ۲۵} + \dots + \frac{۶}{۷۹ \times ۸۵} =$$

✓ **پاسخ:** کسرها تلسکوپی هستند پس همه آن‌ها را به صورت زیر تفکیک می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۹} + \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۵} + \dots + \frac{۱}{۷۹} - \frac{۱}{۸۵} = \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸۵}$$

$$= \frac{۸۵ - ۷}{۵۹۵} = \frac{۷۸}{۵۹۵}$$

✍️ **مثال (۳):** عددی ۱۵ مرتبه قرینه شده و حاصل آن ۴۸- شد. آن عدد چیست؟

✓ **پاسخ:** ۴۸+

تمرین‌های فصل اول

۱- حاصل کدام گزینه برابر است با ۳-

$$+3 - 3 + 3 \quad -6 + (+3) \quad (+10) + (-7) \quad -(-6 + 3)$$

۲- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

 هر عدد طبیعی، عددی گویاست.

 هر عدد گویا، عددی صحیح است.

 معکوس معکوس هر عدد برابر است با خود آن عدد.

$$3- \text{ کسر مقابل را ساده کنید.} \quad \frac{(-35) \times (-10) \times (+26)}{(-25) \times 91}$$

۴- الف) جمع متناظر با محور مقابل را بنویسید.


 ب) جمع $(+4) + (-10)$ را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.

 ۵- حاصل $11 + (-65)$ را به روش گسترده‌نویسی به دست می‌آید.

۶- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $5 + 10 + 15 + \dots + 100 =$

ب) $(-8 - 7) \div (-9 + 4) =$

ج) $-48 \div 6 \times 4 - (2 + 3 \times 5) =$

۷- الف) قرینه معکوس $(-\frac{1}{4}(-3))$ برابر است با:

ب) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی است.

۸- الف) فقط $1\frac{3}{5}$ را روی محور نشان دهید.

ب) دو کسر مساوی با $-\frac{4}{5}$ بنویسید.

۹- محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) $-\frac{3}{8} + (-\frac{1}{6}) + (-\frac{3}{4})$

ب) $(-\frac{2}{9} - (-\frac{1}{6})) \times (-\frac{3}{2}) =$

ج) $(-\frac{20}{11}) \div (-\frac{1}{2}) =$

د) $-0/8 + 0/42 =$

۱۰- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$0, 1, -6, -2, 3, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$

پاسخ تشریحی تمرین‌های فصل اول

$$-۱ - (+۳) + ۶$$

۲- هر عدد طبیعی یک عدد گویاست. (درست)

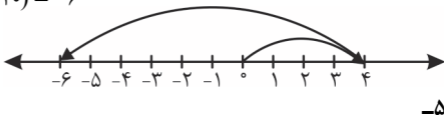
هر عدد گویا، عددی صحیح است. (نادرست)

معکوس معکوس هر عدد برابر با خود آن عدد است. (درست)

$$\frac{\cancel{1} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times (-۳۵) \times (-۱۰) \times (+۲۶)}{\cancel{1} \times \cancel{1} \times (-۲۵) \times ۱} = -۴ \quad -۳$$

$$\text{الف) } (-۱) + (-۲) + (+۷) = +۴ \quad -۴$$

$$\text{ب) } (+۴) + (-۱۰) = -۶$$



$$-۶ - ۵$$

$$+۱۰ + ۱$$

$$-۵ - ۴ = -۹$$

۶-

الف) $5 + 10 + 15 + \dots + 100 = 105 \times 10 = 1050$

ب) $(-8 - 7) \div (-9 + 4) = -15 \div (-5) = +3$

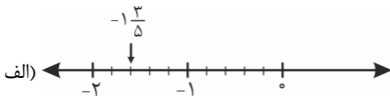
ج) $\underbrace{-48 \div 6 \times 4}_{-32} - (\underbrace{2 + 3 \times 5}_{17}) = -32 - 17 = -49$

۷-

الف) $-(-(-3\frac{1}{4})) = -\frac{13}{4}$ قرینه و معکوس $\rightarrow +\frac{4}{13}$

ب) ۱-

۸-



ب) $-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10} = -\frac{12}{15}$

۹-

الف) $-\frac{3}{8} + (-\frac{1}{6}) + (-\frac{3}{4}) = \frac{-9 - 4 - 18}{24} = -\frac{31}{24}$

$$\text{ب) } \left(-\frac{2}{9} - \left(-\frac{1}{6}\right)\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{-4+3}{18}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-1}{18} \times \frac{-3}{2}$$

$$= +\frac{1}{12}$$

$$\text{ج) } \frac{-20}{11} \div \left(-4\frac{1}{2}\right) = \frac{-20}{11} \times \frac{-2}{9} = +\frac{40}{99}$$

$$\text{د) } -0/8 + 0/42 = -0/38$$

-۱۰

$$-6 < -2 < 0 < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < 1 < 3$$